

## **ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ РАДИОВЫСОТОМЕРОВ С УЧЕТОМ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Рассмотрена возможность использования априорной информации при оценке надежности радиовысотомеров. В качестве априорной информации предлагается использовать расчетные значения показателей надежности, результаты конструкторских и других видов испытаний. Предлагаемые методы позволяют повысить достоверность оценок количественных показателей надежности радиовысотомеров при малом объеме испытаний.

Известные и широко используемые на практике классические методы определения показателей надежности [1, 2] требуют больших объемов испытаний для принятия решения о соответствии или несоответствии показателей надежности заданным требованиям, а следовательно, и значительных расходов на проведение испытаний как на этапах разработки, так и серийного изготовления радиовысотомеров (РВ). При этом достоверность такой оценки невысока, а в некоторых случаях неприемлема для окончательного принятия решения о достигнутом уровне надежности. Вместе с тем на практике отсутствуют методы, позволяющие производить совместную обработку различного рода информации с целью повышения точности и достоверности определения надежностных характеристик РВ.

Обычно к концу контрольных (предварительных) испытаний опытных образцов имеется информация о надежности, полученная расчетом по проектным материалам, по результатам контрольных испытаний, по результатам испытаний опытных образцов на надежность, по результатам эксплуатации аналогичных образцов. Вместе с тем классические методы не позволяют производить ее совместную обработку.

Другими словами, данных по надежности много, но они получены различными путями и поэтому не позволяют составить определенного с требуемой точностью единого количественного суждения о надежности. В силу того, что имеющаяся информация в этом случае носит статистически разнородный характер, в настоящее время наиболее приемлемый метод решения этой задачи может быть основан на использовании теоремы Байеса.

В основе информации о надежности РВ лежат ограниченные количественно опытные данные. В результате обработки этих данных получаемые оценки характеризуют определенный интервал возможных значений показателя надежности, которые можно рассматривать как гипотезы о действительном уровне надежности РВ. Каждой из этих гипотез может быть поставлено в соответствие определенное значение вероятности, задаваемое плотностью распределения  $g(H)$ .

Исходными данными по оценке показателей безотказности являются результаты отработки и испытаний изделий и их составных частей, а также расчеты, проводимые на стадиях эскизного и технического проектирования.

Расчеты показателей безотказности изделий и их составных частей, выполняемые на ранних стадиях разработки изделий, используются в качестве априорной информации на всех последующих стадиях.

Для расчета безотказности изделия находится аналитическая зависимость

$$H = f(H_i, K_j), \quad (1)$$

где  $H$  – искомый показатель безотказности изделия;  $K_j$  – поправочный коэффициент, учитывающий режим эксплуатации изделия;  $H_i$  – показатель безотказности  $i$ -й составной части изделия.

При использовании в качестве аргументов функции  $f$  средних значений  $\bar{H}_i$  и  $\bar{K}_j$  определяется среднее значение искомого показателя безотказности. Метод расчетной оценки показателя безотказности РВ средней наработки на отказ приведен в [3].

Среднеквадратическая ошибка расчета показателя безотказности в общем случае определяется из выражения

$$\sigma_H = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial H}{\partial H_i} \right)^2 \sigma_{H_i}^2 + \sum_{j=1}^L \left( \frac{\partial H}{\partial K_j} \right)^2 \sigma_{K_j}^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L \frac{\partial H}{\partial H_i} \frac{\partial H}{\partial K_j} R_{ij}}, \quad (2)$$

где  $\frac{\partial H}{\partial H_i}$  – частные производные при  $H_i = \bar{H}_i$ ;  $\frac{\partial H}{\partial K_j}$  – частные производные

при  $K_j = \bar{K}_j$ ;  $N$  – количество составных частей изделия;  $L$  – количество поправочных коэффициентов, учитывающих режим эксплуатации изделия;  $\sigma_{H_i}$  – среднеквадратичное отклонение, характеризующее разброс показателя безотказности ( $H_i$ )  $i$ -й составной части изделия;  $\sigma_{K_j}$  – среднеквадратичное отклонение величины поправочного коэффициента  $K_j$ ;  $R_{ij}$  – корреляционный момент величин  $H_i$  и  $K_j$ .

После проведения испытаний расчетные значения показателей безотказности могут быть уточнены по методу Байеса [4] результатами эксперимента

$$\psi(H | Z_n) = g(H) \varphi(Z_n | H) \left( \int_0^C g(H) \varphi(Z_n | H) dH \right)^{-1}, \quad (3)$$

где  $g(H)$  – априорная (расчетная) плотность распределения показателя безотказности  $H$ ;  $\varphi(Z_n | H)$  – условная плотность распределения значений  $Z_n$  показателя безотказности  $H$  на основе эксперимента;  $\psi(H | Z_n)$  – апостериорная плотность распределения показателя безотказности  $H$ ;  $C$  – верхний предел интегрирования.

Уточненное по результатам испытаний среднее значение показателя безотказности определяется при решении уравнения правдоподобия [4]

$$\frac{\partial}{\partial H} \ln \psi(H | Z_n) = 0. \quad (4)$$

Среднеквадратичное отклонение  $\sigma_{H_{\text{ут}}}$ , учитывающее точность эксперимента и расчетных данных, определяется из соотношения

$$\sigma_{H_{\text{ут}}} = \sqrt{-\left[ \frac{\partial^2}{\partial H^2} \ln \psi(H | Z_n) \right]^{-1} \Big|_{H=\bar{H}_{\text{ут}}}}, \quad (5)$$

где  $\bar{H}_{\text{ут}}$  – среднее значение уточненной оценки показателя безотказности изделия.

Выбор вида функций  $g(H)$  и  $\varphi(Z_n | H)$  определяется характером решаемой задачи.

Доверительные нижняя и верхняя границы показателя  $H$  определяются при решении интегральных уравнений

$$\int_0^{H_l} \psi(H | m) dH = \frac{\gamma}{2}, \quad (6)$$

$$\int_{H_h}^{\infty} \psi(H | m) dH = \frac{\gamma}{2}, \quad (7)$$

где  $H_l$  и  $H_h$  – нижняя и верхняя границы, определяющие 100(1- $\gamma$ )% двустороннюю нижнюю и верхнюю байесовские доверительные границы для  $H$ .

### **Оценка средней наработки на отказ**

Для изделий, показателем безотказности которых является среднее время наработки на отказ, в качестве априорной плотности распределения возможных значений интенсивности отказов используется гамма-распределение [5, 6]

$$g(\lambda) = b^{a+1} \lambda^a (\Gamma(a+1))^{-1} \exp(-b\lambda), \quad (8)$$

где  $a$  и  $b$  – параметры гамма-распределения:

$$b = \sum t_{i3} = \frac{\bar{\lambda}}{\sigma_{\lambda}^2},$$

$$a = m_{\text{э}} = \left\{ \left( \frac{\bar{\lambda}}{\sigma_{\lambda}} \right)^2 \right\};$$

$\sum t_{i3}$  – эквивалентный расчету объем испытаний;  $m_{\text{э}}$  – число отказов, эквивалентное расчету;  $\bar{\lambda}$  – среднее расчетное значение интенсивности отказов;

$\sigma_\lambda$  – среднее квадратичное отклонение расчетной оценки;  $\Gamma(\dots)$  – гамма-функция;  $\{\dots\}$  – округление до целого.

Вместе с тем в качестве апостериорной условной плотности распределения значений  $Z_n$  показателя безотказности  $\lambda$  на основе эксперимента используется пуассоновское распределение отказов:

$$P(m|\lambda) = \frac{\exp(-\sum t_j \lambda)}{m!} (\sum t_j \lambda)^m, \quad (9)$$

где  $\sum t_j$  – суммарное время наработки изделия при испытаниях;  $m$  – число отказов изделия во время испытаний.

Величина интенсивности отказов, уточненная результатами эксперимента согласно (3)–(5) при  $C = \infty$  находится из выражения

$$\lambda_{\text{ут}} = \frac{a + m}{b + \sum t_j}, \quad (10)$$

а среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_{\lambda_{\text{ут}}} = \frac{\sqrt{a + m}}{b + \sum t_j}. \quad (11)$$

Учитывая, что наработка на отказ имеет экспоненциальное распределение, получаем ее уточненное среднее значение

$$T_{\text{ут.ср}} = \frac{b + \sum t_j}{a + m}. \quad (12)$$

В результате решения уравнений (6), (7) получаем

$$\frac{x_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2r)}{2\tau} \leq \lambda \leq \frac{x_{\frac{\gamma}{2}}^2(2r)}{2\tau}, \quad (13)$$

где  $x^2$  – квантиль хи-квадрат распределения;  $2r$  – число степеней свободы, равное двукратному числу суммы отказов, произошедших при испытаниях, и отказов, эквивалентных расчету:

$$r = m + m_3,$$

$\tau$  – время, равное сумме времени наработки изделия при испытаниях и времени наработки, эквивалентной расчету:

$$\tau = \sum t_{i3} + \sum t_j.$$

При оценке наработки на отказ формула для доверительных границ примет следующий вид

$$\frac{2(\sum t_{i3} + \sum t_j)}{x_{\frac{\gamma}{2}}^2(2(m + m_3))} \leq T \leq \frac{2(\sum t_{i3} + \sum t_j)}{x_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(2(m + m_3))}. \quad (14)$$

**Оценка вероятности безотказной работы**

Подобным образом для изделий, показателем безотказности которых является вероятность безотказной работы (ВБР), в качестве априорной плотности распределения возможных значений используется бета-распределение [6]

$$g(p) = p^{\varepsilon-1}(1-p)^{\delta-1}\Gamma(\varepsilon+\delta) \cdot (\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta))^{-1}, \quad (15)$$

где  $\varepsilon$  и  $\delta$  – параметры бета-распределения:

$$\varepsilon = n_3 - m_3 = \left\{ \frac{\bar{p}^2 - \bar{p}^3}{\sigma_p^2} - \bar{p} \right\},$$

$$\delta = m_3 = \left\{ \frac{\bar{p} - \bar{p}^2}{\sigma_p^2} - 1 \right\} - \left\{ \frac{\bar{p}^2 - \bar{p}^3}{\sigma_p^2} - \bar{p} \right\};$$

$n_3$  – эквивалентное расчету количество циклов испытаний;  $m_3$  – число отказов, эквивалентное расчету;  $\bar{p}$  – среднее расчетное значение ВБР;  $\sigma_p$  – среднеквадратичное отклонение расчетной оценки.

В качестве апостериорной условной плотности распределения значений  $Z_n$  ВБР на основе эксперимента используется биномиальное распределение отказов:

$$P(m | p) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m}, \quad (16)$$

где  $m$  – число отказов изделия во время испытаний;  $n$  – количество циклов испытаний.

Величина ВБР, уточненная результатами эксперимента согласно формулам (3)–(5) при  $C = 1$  находится из выражения

$$p_{\text{ут}} = \frac{\varepsilon + n - m}{\varepsilon + \delta + n}, \quad (17)$$

а среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_{\lambda_{\text{ут}}} = \sqrt{\frac{(\varepsilon + n - m)(\delta + m)}{(\varepsilon + \delta + n)^2(\varepsilon + \delta + n + 1)}}. \quad (18)$$

Доверительные нижняя и верхняя границы ВБР определяются из уравнений (6), (7), в которых подынтегральное выражение представляет собой  $F$ -распределение с  $\nu_1 = 2r_1$  и  $\nu_2 = 2r_2$  степенями свободы. В результате решения этих уравнений получаем

$$1 - \frac{r_1 F_{\frac{r_1}{2}}(\nu_1, \nu_2)}{r_2 + r_1 F_{\frac{r_1}{2}}(\nu_1, \nu_2)} \leq p \leq 1 - \frac{r_1^*}{r_2^* + r_1^* F_{\frac{r_1^*}{2}}(\nu_1^*, \nu_2^*)}, \quad (19)$$

где  $F_{\frac{\gamma}{2}}(v_1, v_2)$  –  $F$ -распределение с  $v_1 = 2r_1$  и  $v_2 = 2r_2$  степенями свободы;

$F_{\frac{\gamma}{2}}(v_1^*, v_2^*)$  –  $F$ -распределение с  $v_1^* = 2r_1^*$  и  $v_2^* = 2r_2^*$  степенями свободы;

$$\begin{aligned} r_1 &= m + m_3 + 1, \\ r_2 &= n_3 + n - m_3 - m, \\ r_1^* &= n_3 + n - m_3 - m + 1, \\ r_2^* &= m_3 + m. \end{aligned}$$

Учитывая, что для современных РВ справедливо требование к ВБР  $p > 0,99$ , возможно аппроксимировать формулу (19):

$$1 - \frac{x_{\frac{\gamma}{2}}^2(2(m + m_3))}{2(n_3 + n)} \leq p \leq 1 - \frac{x_{1-\frac{\gamma}{2}}^2(2(m + m_3))}{2(n_3 + n)}. \quad (20)$$

**Пример 1:** использование априорной расчетной информации о надежности РВ А-052 для подтверждения величины средней наработки на отказ при проведении испытаний на надежность.

Исходные и априорные данные:

- средняя наработка на отказ, заданная в ТЗ – 7200 ч;
- расчетная величина средней наработки на отказ – 11400 ч;
- расчетная величина среднеквадратичного отклонения средней наработки на отказ –  $43,86 \cdot 10^{-6}$ ;
- номинальное значение риска поставщика –  $\alpha = 0,1$ ;
- номинальное значение риска заказчика –  $\beta = 0,1$ ;
- разрешающий коэффициент, равный отношению приемочного уровня к браковочному –  $D = 3,0$ .

Определяем число отказов, эквивалентное расчету:

$$m_3 = \left\{ \left( \frac{\bar{\lambda}}{\sigma_{\lambda}} \right)^2 \right\} = 4;$$

и эквивалентный объем испытаний:

$$\sum t_{i3} = \frac{m_3}{\lambda} = 45600 \text{ ч.}$$

В соответствии с планом 2 из [7], приведенным на рисунке 1, время проведения испытаний составит 1713,3 ч, или  $0,125 T_{\alpha}$  ( $T_{\alpha}$  – приемочное значение средней наработки, определяется из [8]), при количестве допустимых отказов  $m$  не более 2, в то время как минимальное время проведения испытаний (без учета отказов) составит 20557 ч.

При  $m=0$ :  $T_{\text{ут.ср}} = 11828$  ч; при  $m=2$ :  $T_{\text{ут.ср}} = 7885$  ч.

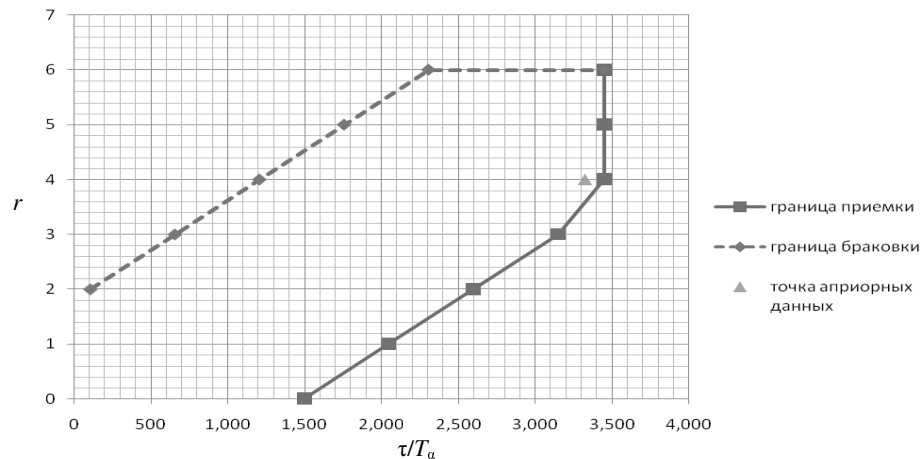


Рис. 1 План испытаний для контроля средней наработки на отказ

### Использование байесовского подхода при проведении последовательных контрольных испытаний на надежность

Для более достоверной оценки при проведении последовательных контрольных испытаний на надежность возможно применение байесовского подхода. В этом случае используется апостериорная вероятность, которая последовательно уточняется по мере появления новых результатов в процессе испытаний. Критерий принятия или непринятия решения о приемке изделия основывается на апостериорной вероятности  $P(H < H_{ТР})$ :

1. Изделие принимается, если  $P(H < H_{ТР}) \leq \beta$ .
2. Изделие бракуется, если  $P(H < H_{ТР}) \geq 1 - \alpha$ .
3. Испытания продолжают, если  $\beta < P(H < H_{ТР}) < 1 - \alpha$ .

При таких условиях проведения испытаний требуемая вероятность имеет вид

$$P(H < H_{ТР}) = \int_0^{H_{ТР}} \psi(H | m) dH, \quad (21)$$

где  $H_{ТР}$  – заданный показатель безотказности изделия (средняя наработка на отказ или ВБР).

Недостатком вышеизложенного метода является большая область продолжения испытаний, требующая для проведения значительных временных затрат. Для усечения последовательных испытаний требуется выбор двух значений  $H_\alpha$  и  $H_\beta$  – приемочного и браковочного значений показателя  $H$ . В этом случае критерий принятия или непринятия решения о приемке изделия будет основываться на критериях:

1. Изделие принимается, если  $P(H < H_\beta) \leq \beta$ .
2. Изделие бракуется, если  $P(H < H_\alpha) \leq \alpha$ .
3. Испытания продолжают, если одновременно  $P(H < H_\beta) > \beta$  и  $P(H < H_\alpha) > \alpha$ .

В этом случае требуемые вероятности имеют вид

$$P(H > H_{\alpha}) = \int_{H_{\alpha}}^{\infty} \psi(H | m) dH ; \quad (22)$$

$$P(H < H_{\beta}) = \int_0^{H_{\beta}} \psi(H | m) dH .$$

Для изделий, показателем безотказности которых является среднее время наработки на отказ,

$$T_{\alpha} = \frac{2(\sum t_j + T')}{x_{1-\alpha}^2 (2(m + m'))} ; \quad (24)$$

$$T_{\beta} = \frac{2(\sum t_j + T')}{x_{\beta}^2 (2(m + m'))} , \quad (25)$$

где  $m$  – число отказов, полученных в результате последнего цикла испытаний;  $m'$  – число отказов, полученных в результате предыдущих циклов испытаний;  $\sum t_j$  – суммарная наработка изделия в последнем цикле испытаний;  $T'$  – суммарная наработка изделия в предыдущих циклах испытаний;  $T_{\alpha}$  – приемочное значение средней наработки;  $T_{\beta}$  – браковочное значение средней наработки.

В этом случае область продолжения испытаний определится в виде

$$0,5T_{\alpha} \cdot x_{1-\alpha}^2 (2(m + m')) < \sum t_j + T' < 0,5T_{\alpha} \cdot x_{\beta}^2 (2(m + m')) / D , \quad (26)$$

где  $D$  – разрешающий коэффициент, равный отношению приемочного уровня к браковочному,

$$D = T_{\alpha} / T_{\beta} .$$

Максимальное число отказов, необходимое для прекращения испытаний, или, другими словами, точка схождения границ приемки и браковки определится из выражения

$$D x_{1-\alpha}^2 (2(m + m_{\max})) = x_{\beta}^2 (2(m + m_{\max})) , \quad (27)$$

где  $m_{\max}$  – максимальное число отказов, полученных в результате последнего цикла испытаний.

Для изделий, показателем безотказности которых является ВБР,

$$p_{\beta} = 1 - \frac{x_{\beta}^2 (2(m + m'))}{2(n + n')} ; \quad (28)$$

$$p_{\alpha} = 1 - \frac{x_{1-\alpha}^2 (2(m + m'))}{2(n + n')} , \quad (29)$$



где  $m$  – число отказов, полученных в результате последнего цикла испытаний;  $m'$  – число отказов, полученных в результате предыдущих циклов испытаний;  $n$  – количество последних циклов испытаний;  $n'$  – количество предыдущих циклов испытаний;  $p_\alpha$  – приемочное значение ВБР;  $p_\beta$  – браковочное значение ВБР.

В данном случае область продолжения испытаний определится в виде

$$\frac{x_\beta^2(2(m+m'))}{(1-p_\alpha)K} \leq n+n' \leq \frac{x_{1-\alpha}^2(2(m+m'))}{1-p_\alpha}, \quad (30)$$

где  $K$  – разрешающий коэффициент,

$$K = \frac{1-p_\beta}{1-p_\alpha}.$$

Точка схождения границ приемки и браковки определится из выражения

$$Kx_{1-\alpha}^2(2(m+m_{\max})) = x_\beta^2(2(m+m_{\max})), \quad (31)$$

где  $m_{\max}$  – максимальное число отказов, полученных в результате последнего цикла испытаний.

**Пример 2:** использование байесовского подхода при проведении последовательных контрольных испытаний на надежность РВ А-052.

Исходные и априорные данные, как в примере 1.

В соответствии с неравенством (26) был определен план последовательных испытаний, приведенный на рисунке 2.

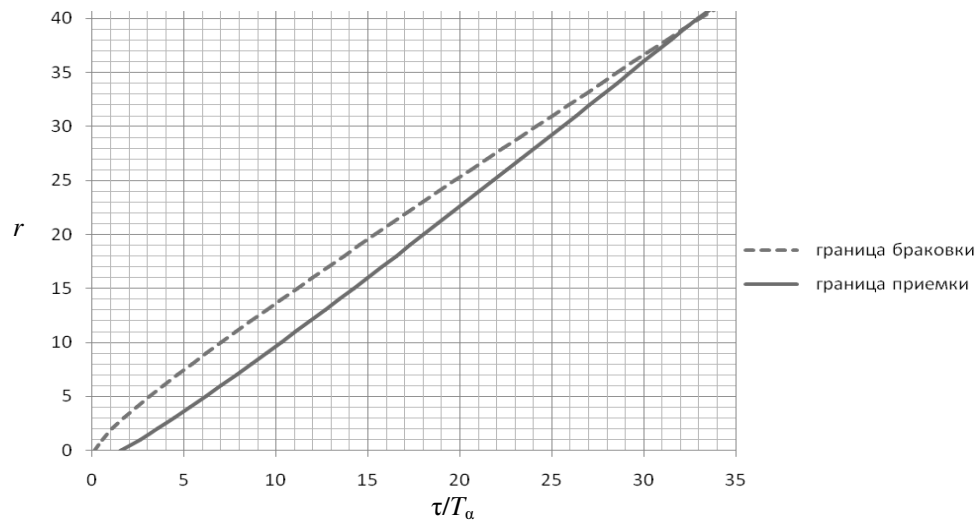


Рис. 2 План испытаний для контроля средней наработки на отказ с учетом априорной информации (байесовский метод)

В отличие от плана, приведенного на рисунке 1, даже при отсутствии отказов время проведения испытаний с учетом априорной расчетной инфор-

мации составит 27433 ч, или  $2,004 T_{\alpha}$ , а при количестве отказов  $r = 2$  – 50691 ч, или  $3,696 T_{\alpha}$ . Без учета априорной информации, как видно из рисунка 3, при отсутствии отказов минимальное время испытаний составит 21052 ч, или  $1,535 T_{\alpha}$ , которое близко к времени безотказных испытаний по плану рисунка 1.

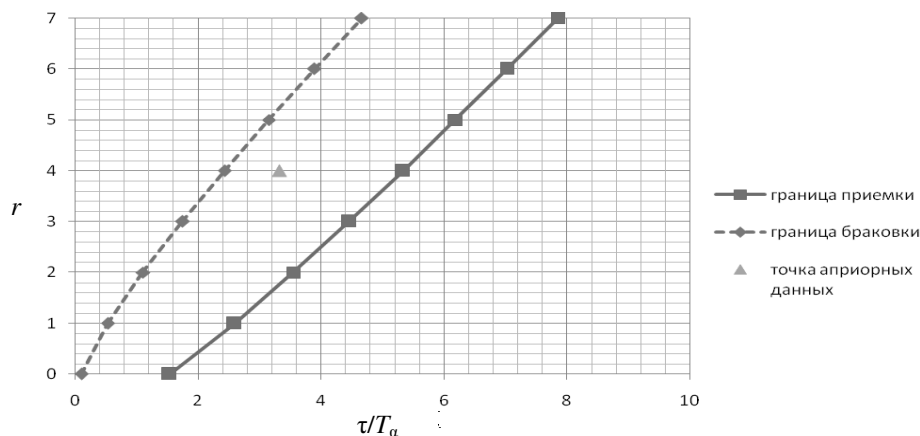


Рис. 3 План испытаний для контроля средней наработки на отказ с учетом априорной информации (байесовский метод) при количестве отказов  $r$  не более 7

### Заключение

В результате проведенных исследований

- была показана возможность и целесообразность использования методики с учетом предварительной информации при оценке надежности РВ;

- приведены аналитические выражения, позволяющие производить более точную точечную и интервальную оценку времени наработки на отказ и ВБР по сравнению со статистическими методами, не учитывающими предварительную информацию;

- приведено математическое обоснование по определению объема испытаний РВ на безотказность с использованием предварительной информации.

По результатам проведенных исследований было определено, что применение методов оценки надежности, базирующихся на учете предварительной информации, позволяет повысить достоверность оценки на этапе проектирования и изготовления опытных образцов РВ, а также значительно сократить время проведения контрольных испытаний на надежность опытных изделий при использовании стандартных планов [7, 9].

В то же время было установлено, что использование байесовского подхода при составлении «нестандартного» плана последовательных контрольных испытаний на надежность приводит к увеличению их продолжительности и соответственно «удорожанию», однако, по нашему мнению, такие испытания будут более достоверными, т.к. учитывают всю предыдущую «историю» изделия. Планы таких испытаний целесообразно использовать при проведении испытаний на надежность серийной продукции с использованием для сокращения длительности испытаний априорной точки, полученной в результате статистики отказов серийных изделий.

**Список литературы**

1. Теория надежности радиоэлектронных систем / под ред. Г. В. Дружинина. – М. : Энергия, 1976.
2. **Дзиркал, Э. В.** Задание и проверка требований к надежности сложных изделий / Э. В. Дзиркал. – М. : Радио и связь, 1981.
3. **Бухаров, А. Е.** Оценка надежности при циклической работе радиовысотометров на различных этапах испытаний, отработки и эксплуатации / А. Е. Бухаров, А. А. Иофин, Г. И. Смирнова // Надежность и качество : труды международного симпозиума. – Пенза, 2001.
4. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / под ред. В. С. Королюка. – М. : Наука, 1985.
5. **Гнеденко, Б. В.** Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М. : Наука, 1965.
6. **Капур, К.** Надежность и проектирование систем : пер. с англ. / К. Капур, Л. Ламберсон. – М. : Мир, 1980.
7. ГОСТ 27.402-95. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Часть 1. Экспоненциальное распределение.
8. МУ-150-86. Эквивалентно-циклические контрольные испытания на безотказность авиационного бортового оборудования.
9. ГОСТ 27.403-98. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля вероятности безотказной работы.